

PROBLEMAS NACIONAL ÑANDU 2019

Primer Nivel

1. Cuatro amigos Aldo, Beto, Carlos y Dani compran un regalo por \$ 2100. Aldo paga la mitad de la suma pagada por los otros tres.

Beto paga la tercera parte de la suma pagada por los otros tres.

Carlos paga la cuarta parte de la suma pagada por Aldo y Dani.

¿Cuánto paga cada uno de los cuatro amigos?

2. En la figura:

ABGH es un cuadrado,

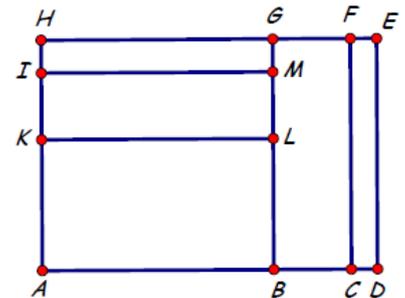
KLMI, IMGH, BCFG y CDEF son rectángulos,

$$AB = 3BC, \quad BC = 3CD, \quad HI = \frac{1}{2} IK, \quad IK = \frac{1}{2} KA,$$

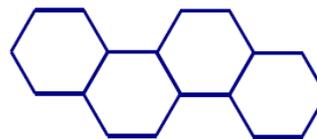
Perímetro de KLMI = 324cm.

¿Cuál es el perímetro de IMGH? ¿Cuál es el perímetro de BCFG?

¿Cuál es el perímetro de BDEG? ¿Cuál es el perímetro de ACFH?



3. La guarda de la figura se arma con cuatro hexágonos regulares de 3cm de lado, haciendo coincidir uno de los lados.



a) ¿Cuál es el perímetro de esta guarda?

b) ¿Cuál es el perímetro de una guarda como esta formada por 19 hexágonos?

c) ¿Es posible armar una guarda como esta que tenga 9102cm de perímetro?

Si es posible, determinar cuántos hexágonos tiene la guarda. Si no es posible, explicar por qué.

d) ¿Es posible armar una guarda como esta que tenga 8328cm de perímetro?

Si es posible, determinar cuántos hexágonos tiene la guarda. Si no es posible, explicar por qué.

4. En un pizarrón está escrito varias veces el número 2019.

201920192019201920192019.....20192019.

En total hay 1004 dígitos escritos. ¿Cuál es la menor cantidad de dígitos que se pueden borrar para que la suma de los dígitos que quedan escritos sea 2019?

¿Qué dígitos hay que borrar? Explica cómo los encontraste.

5. En la figura: ABCE es un rectángulo,

BC = CF = FE, CD = DE = AO, BO = DF,

Perímetro de AOBCE = 162cm,

Perímetro de CFE = 100cm,

Perímetro de CDE = 128cm,

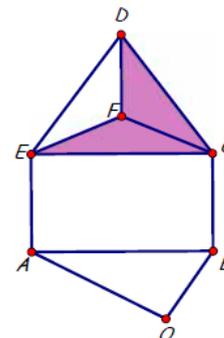
Perímetro de DEF = 88cm.

¿Cuál es el perímetro de ABCFE?

¿Cuál es el perímetro de ABCDE?

¿Cuál es el perímetro de la parte sombreada?

¿Cuál es el perímetro de AOBCFE?



6. Fede arma una lista de todos los números de 5 cifras que cumplen estas condiciones:

• Cada número tiene exactamente dos cifras pares.

• Cada número se lee igual de adelante para atrás que de atrás para adelante.

• Cada número no puede tener más de dos cifras iguales a 1.

¿Cuántos números tiene la lista de Fede? Explica cómo los contaste.

Observación: Recordar que el 0 es par.

Segundo Nivel

1. Se quieren comprar 36 robles, 180 pinos, 360 tilos y 270 ceibos.

Hoy, miércoles, el costo total es de \$ 75870. Si sólo se intercambiaran las cantidades de pinos y tilos, el costo total sería de \$ 89370.

Si sólo se reemplazaran 6 robles por igual cantidad de pinos, el costo total sería de \$ 74100.

Si la compra original se hubiese hecho el domingo pasado, se hubiesen usado estas ofertas: "20% de descuento en pinos" y "2x1 en tilos"; el costo total habría sido de \$ 62370.

¿Cuál es el precio, hoy, de un roble, de un pino, de un tilo y de un ceibo?

2. En la figura:

ABC es un triángulo isósceles de 480cm de perímetro.

$AB = AC + 30$ cm, M es punto medio de AB,

$$MR = \frac{1}{5} MB, \quad SB = \frac{2}{3} RB,$$

D es punto medio de CM, $DE = \frac{3}{10} CM$, $EM = RS$.

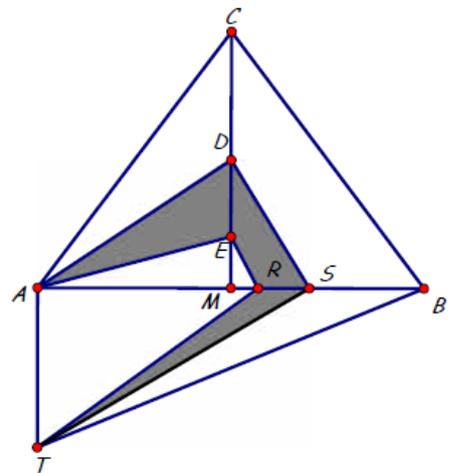
AT es perpendicular a AB, $AT = \frac{1}{2} AC$, $BT = AT + MC$.

¿Cuál es el perímetro de ATBC?

¿Cuál es el área de la figura sombreada?

¿Cuál es el área de ATRC?

¿Cuál es el área de DMTS?



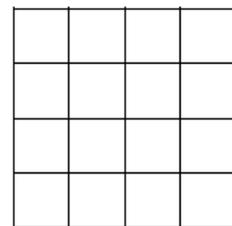
3. En el tablero de la figura,

Pablo quiere colocar 3 fichas de modo que:

- En una casilla no puede haber más de una ficha
- Las fichas no pueden estar en casillas que tienen un lado o un vértice en común.

¿De cuántas maneras distintas puede colocar las 3 fichas en el tablero?

Explica cómo las contaste.



4. Bruno, Fede, Lucas y Pedro compraron, cada uno, una bolsa de tornillos. Las bolsas de Bruno, Fede y Lucas tenían el mismo número de tornillos. Cada una de estas tres bolsas tenía un número exacto de docenas.

Bruno vendió $\frac{7}{12}$ del contenido de la bolsa y luego un tornillo más. Fede vendió la mitad del

contenido de la bolsa y luego 107 tornillos más. Lucas vendió la mitad del número que resulta si la bolsa tuviera 10 tornillos más y luego vendió 100 tornillos más. Bruno vendió menos que Fede y más que Lucas. Pedro observó que, en su bolsa, de cada 100 tornillos 10 eran defectuosos. Entonces tiró los defectuosos y le quedaron 1980 tornillos.

¿Cuántos tornillos había en la bolsa de Bruno? ¿Cuántos tornillos le quedaron a Fede?

¿Cuántos tornillos vendió Lucas? ¿Cuántos tornillos había en la bolsa de Pedro?

5. En la figura:

ABCD y BSTC son rectángulos.

ABCD está partido en 5 rectángulos iguales.

Los puntos S, T y O están alineados.

Perímetro de ABCD = 176cm,

$$\text{Área de DCO} = \frac{2}{5} \text{ Área de ABCD,}$$

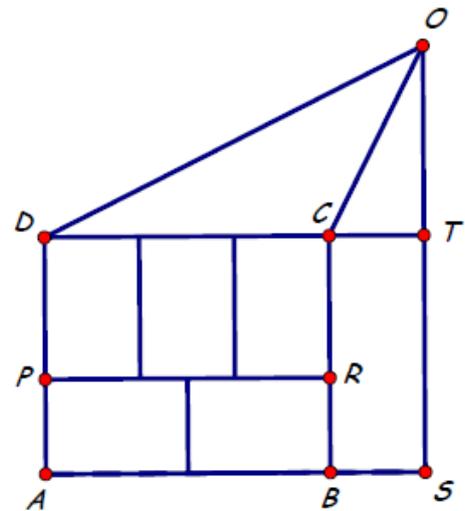
$$\text{Área de BSTC} = \frac{1}{3} \text{ Área de ABCD,}$$

¿Cuál es el área de BSOC ?

¿Cuál es el área de PSC ?

¿Cuál es el área de DBO ?

¿Cuál es el área de ARTOD?



6. Se quieren completar las casillas de este tablero con números del 1 al 8, de modo que:

- En cada casilla hay un número.
- No hay números repetidos.
- Al multiplicar los números ubicados en la 2ª y en la 4ª casillas, el resultado es 24.
- El número de la 1ª casilla es distinto de 3.
- El 4 y el 7 están en el tablero y el número de la casilla donde está el 4 es menor que el número de la casilla donde está el 7.

¿De cuántas maneras distintas puede completarse el tablero? Explica cómo las contaste.

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª

Tercer Nivel

1. Pablo, Martín, Fran y Nati tienen ahorrados, entre los cuatro, \$11050 en billetes de \$50 y de \$100. Los cuatro chicos tienen billetes de las dos clases.

Pablo tiene 25 billetes en total, Martín tiene 80 billetes en total, Fran tiene 30 billetes en total y Nati tiene 35 billetes en total. La cantidad de billetes de \$50 que tiene Fran es un tercio de la cantidad de billetes de \$100 que tiene Nati. El monto de dinero que tiene Nati en billetes de \$50 es un cuarto del monto de dinero que tiene Fran en billetes de \$100 .

¿Cuántos billetes de cada clase tiene cada uno de los chicos? Da todas las posibilidades.

2. En la figura:

$$PQ = QR,$$

$$PT = ST = RT,$$

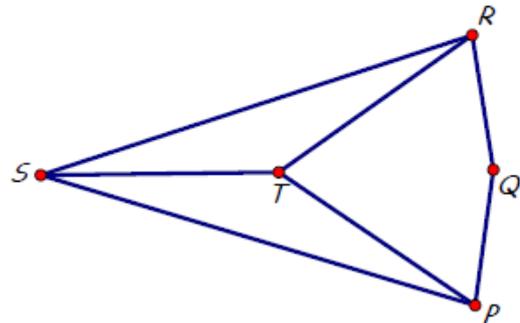
$$\angle RTP = 70^\circ,$$

$$\angle SRQ = \angle SPQ = 80^\circ.$$

¿Cuánto mide $\angle RQP$?

Si PQ y QR son los lados de un polígono regular,

¿cuántos lados tiene dicho polígono?



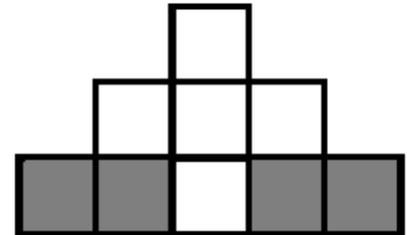
3. Se quieren colocar los dígitos del 1 al 9, uno en cada una de las casillas de la figura,

de modo que las siguientes sumas sean iguales:

- la suma de los números de las 4 casillas sombreadas
- la suma de los números de las 3 casillas de la segunda fila
- la suma de los números de las 3 casillas de la columna central.

¿Qué valores pueden tomar esas sumas?

Si los números de las casillas sombreadas están ordenados de menor a mayor, ¿de cuántas maneras distintas se pueden completar las 9 casillas? Explica cómo las encontraste.



4. Se quiere completar el tablero de la figura con dígitos, uno por casilla, de modo que:

- La suma de la primera columna es 7
- La suma de la segunda columna es 8
- La suma de la tercera columna es 9
- La suma de la cuarta columna es 10
- En cada columna el número de arriba es mayor que el número de abajo
- Al multiplicar todos los números del tablero se obtiene 20160.

¿Cuáles son todas las maneras de completar el tablero? Muéstralas.



5. En la figura:

Los puntos A, B y C están alineados, EF es paralela a AB,

\hat{BCD} , \hat{EBD} y \hat{AEB} son rectos,

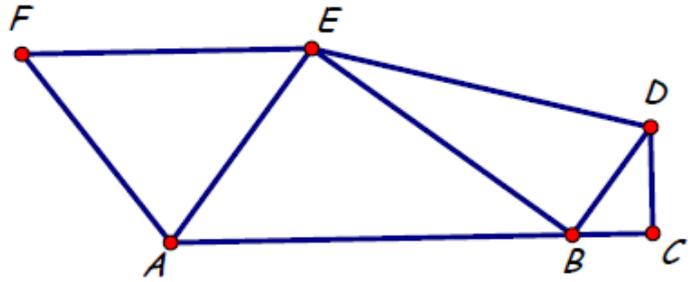
$AB = 3BD$, $BE = 3CD$, $AE = AF$,
 $BC = 12 \text{ cm}$, Área de $BCD = 96 \text{ cm}^2$.

¿Cuál es el perímetro de ACDE ?

¿Cuál es el área de ADE ?

¿Cuál es el área de CDE ?

¿Cuál es el área de AEF ?

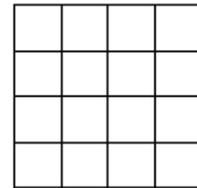


6. Se tiene un tablero de 4x4 y 16 fichas.

Cada ficha tiene una cara blanca y una cara negra. Inicialmente se colocan

las 16 fichas, una en cada casilla, todas con la cara blanca hacia arriba. Las operaciones permitidas son:

- Dar vuelta las 4 fichas de una misma fila
- Dar vuelta las 4 fichas de una misma columna

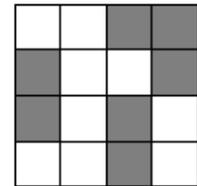


Haciendo operaciones permitidas:

a) ¿se puede obtener este tablero?

En caso afirmativo, mostrar la secuencia de operaciones.

En caso negativo, explicar por qué no es posible.



b) ¿se puede obtener este otro tablero?

En caso afirmativo, mostrar la secuencia de operaciones.

En caso negativo, explicar por qué no es posible.

c) A partir del tablero inicial, ¿cuántos tableros distintos se pueden obtener con operaciones permitidas? Explica cómo los contaste.

