

PROBLEMAS INTERCOLEGIAL OMA

Primer Nivel

1. Ocho amigos viven en una misma calle. Ana vive al lado de Beto; Horacio vive enfrente de Claudio; Eric vive al lado de Francisco; Daniel vive al lado de Ana; Francisco vive enfrente de Daniel y al lado de Horacio; Germán vive al lado de Eric. Si las ocho casas son



Ubicar las casas de cada uno de los ocho amigos.

2. En un concurso televisivo se reparte un total de \$ 8900 en premios. Habrá un primer premio, dos segundos premios y tres terceros premios. Cada segundo premio es igual a 5 veces un tercer premio, mientras que el primer premio es igual a la suma de los otros 5 premios más \$ 1100. Determinar el valor en pesos de cada premio.

3. Sea ABC un triángulo tal que $\hat{C} = 50^\circ$. La altura correspondiente al vértice A y la bisectriz del ángulo $\hat{B}$ se cortan en P, con $\hat{APB} = 105^\circ$. Calcular las medidas de los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$.

Segundo Nivel

1. Se considera la lista 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, ... de todos los enteros positivos que no son cuadrados ni cubos de un entero positivo. Calcular el número que ocupa la posición 500 en esta lista.

ACLARACION: Los cuadrados son 1, 4, 9, 16, etc. Los cubos son 1, 8, 27, 64, etc.

2. Determinar todos los números naturales de dos cifras ab tales que ab es múltiplo de $4 \cdot a + 3 \cdot b$.

ACLARACION: El número de dos cifras ab es el que tiene b en las unidades y a en las decenas.

3. Sea ABC un triángulo no obtusángulo. El punto E del lado AB es tal que $CE \perp AB$ y el punto D en el segmento AE es tal que $\hat{ACD} = \hat{ECD}$. Desde D trazamos la perpendicular a BC, que corta al lado BC en F. Sea H el punto de intersección de CE y DF. Se sabe que el triángulo DHC es isósceles, con $CH = DH$ y $\hat{DHC} = 128^\circ$. Calcular las medidas de los ángulos del triángulo ABC.

Tercer Nivel

1. El promedio de cierta cantidad de números naturales distintos es igual a 20. Si se quita el menor de los números, el promedio de los otros es 22. En cambio, si solo se quita el mayor, el promedio de los restantes es igual a 13. Si se quitan el mayor y el menor, el promedio de los restantes es igual a 14. Determinar el mayor y el menor número, y la cantidad total de números.

2. Una sucesión de números comienza con 1, 2, 3. El cuarto número de la sucesión es la suma de los tres números que lo preceden, o sea, $1 + 2 + 3 = 6$. Del mismo modo, cada número después del cuarto es la suma de los tres números que lo preceden. Los primeros términos de la sucesión son 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, Calcular el resto de la división por 4 del término que ocupa la posición 2014.

3. En el triángulo ABC la bisectriz del ángulo $\hat{BAC}$ corta al lado BC en D. El triángulo ADC es isósceles, con $CD = AD$. Si $CD = 36$ y $BD = 64$, calcular las longitudes de los lados del triángulo ABC.