

## Problemas Intercolegial OMA 2020

### Primer Nivel

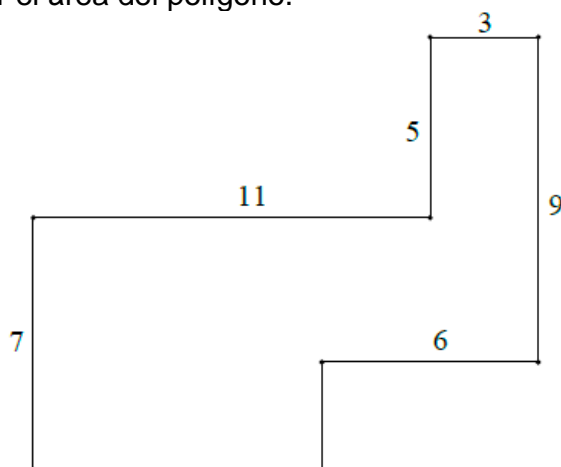
1. En el siguiente tablero cada letra indica un número: letras iguales corresponden a números iguales y letras distintas corresponden a números distintos. A la derecha de cada fila está escrita la suma de los valores de las letras de esa fila. ¿Cuál es el valor de  $x$ ?

$a$	$b$	$b$	$a$	26
$b$	$b$	$b$	$b$	24
$c$	$x$	$a$	$x$	27
$c$	$a$	$c$	$b$	33

2. Un rectángulo está dividido en 9 pequeños rectángulos. En la figura se indican los valores de las áreas de tres de ellos. ¿Cuál es valor del área del rectángulo sombreado en la esquina inferior derecha?

8		10
12		

3. En el polígono de la figura, todos los ángulos son rectos y están indicadas las longitudes de algunos lados. Calcular el área del polígono.



4. Se tienen 6 bolitas negras, las seis de igual peso, 3 bolitas blancas, las tres de igual peso, una pesa de 6 gramos y una pesa de 30 gramos. En una balanza de dos platos, si se colocan en un plato dos bolitas negras y en el otro plato dos bolitas blancas más la pesa de 6 gramos, hay equilibrio. También, si se colocan en un plato tres bolitas negras más una blanca y en el otro plato una bolita negra más la pesa de 30 gramos, hay equilibrio. Determinar el peso, en gramos, de cada bolita negra.

5. En una escuela hay 481 alumnos entre varones y mujeres. A exactamente 200 alumnos de los 481 no les gusta el deporte. Además, del total de 251 mujeres hay exactamente 131 a las que sí les gusta el deporte. ¿A cuántos varones les gusta el deporte?

6. Los asientos en una calesita están numerados con los números 1, 2, 3, ... en ese orden. Se sabe que Ana está sentada en el asiento número 24 y Bea en el asiento número 111, diametralmente opuesto al de Ana. ¿Cuántos asientos tiene la calesita?

## Segundo Nivel

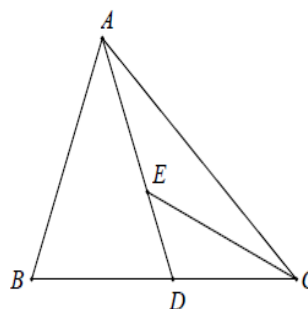
1. Se construye un cubo de  $10 \times 10 \times 10$  uniendo 1000 pequeños cubitos blancos iguales. Luego se pinta de rojo las caras del cubo grande. ¿Cuál es la cantidad de cubitos que resultan con exactamente dos caras rojas?

2. Consideramos un cuadrado de lado 8. Al unir los puntos medios de cada par de lados adyacentes obtenemos un segundo cuadrado y si continuamos así, uniendo los puntos medios de los lados adyacentes de cada cuadrado dibujado, obtenemos un nuevo cuadrado. ¿Cuál es el área del sexto cuadrado obtenido?

3. En el pizarrón están escritas tres fracciones iguales  $\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{58}{174}$  en las que se han usado exactamente una vez cada uno de los dígitos entre 1 y 9. Juan escribió otras tres fracciones iguales, en las mismas condiciones, y luego reemplazó algunos de los dígitos por letras.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{7e}{15f}$  Calcular la suma  $a + c + 7 + e$ .

4. En el triángulo ABC el punto D del lado BC es tal que  $AB = AD$ . Además  $\hat{B}AD = 40^\circ$  y E es el punto del segmento AD tal que  $\hat{E}CD = 25^\circ$ .  
Calcular la medida del ángulo  $\hat{A}EC$



5. Hallar un número entero positivo  $n$  tal que la suma de  $n$  más su mayor divisor sea igual a 933.

6. A un número de tres dígitos se le suman sus tres dígitos. Por ejemplo, del número 324 se obtiene el  $324 + 3 + 2 + 4 = 333$ . Hallar el mayor número de tres dígitos que no se puede obtener de esta manera.

### Tercer Nivel

1. Se tiene la lista de nueve números: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90. Hay que borrar la menor cantidad de números posible para que el resultado de la multiplicación de los números que quedan sin borrar sea el mayor cuadrado perfecto posible. Calcular la multiplicación de los números que hay que borrar.

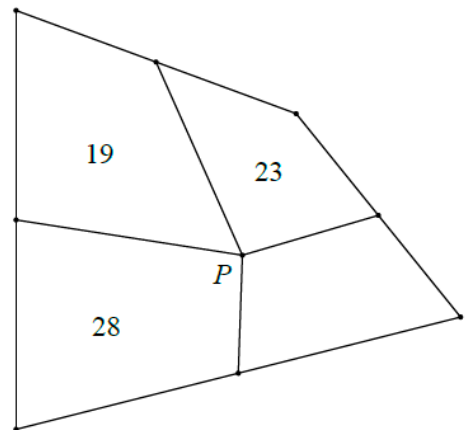
2. Dado un triángulo isósceles  $ABC$  con  $AB=AC$ , se consideran el punto  $D$  en el lado  $AC$  y el punto  $E$  en el segmento  $BD$ . Se sabe que  $AD = BD$  y  $BE = CE = CD$ . Calcular la medida del ángulo  $B\hat{A}C$ .

3. Hay que escribir uno de los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 en cada casilla del tablero, de modo que en cada fila, en cada columna y en las dos diagonales la suma de los 3 números escritos sea la misma. El 6 ya está ubicado (ver figura). Calcular la suma de los números que ocuparán las dos casillas sombreadas

6		

4. ¿Cuántas soluciones  $(x, y)$  tiene la ecuación  $3x+5y=2020$ , con  $x, y$  números enteros positivos?

5. El punto  $P$ , en el interior de un cuadrilátero convexo, está unido a los 4 puntos medios de los lados del cuadrilátero. Así, este cuadrilátero queda dividido en 4 regiones (también cuadriláteros). Las áreas de tres de estas regiones son 23, 19 y 28, como se indican en la figura. Determinar el área de la cuarta región.



6. Se ordenan los números naturales formando un triángulo. El 1 en la primera fila, 2 y 3 en la segunda, 4, 5 y 6 en la tercera y así siguiendo. ¿Cuáles son el primero y el último número de la quincuagésima fila (o sea, la fila número 50)?