

## PROBLEMAS INTERCOLEGIAL OMA

### Primer Nivel

1. Hay dos chicos, Alex y Brian. Uno de ellos dice puras mentiras los lunes, martes y miércoles, y dice la verdad los otros días. El otro dice puras mentiras los jueves, viernes y sábados, y dice la verdad los otros días. Un mediodía tienen la siguiente conversación:

- Alex: Yo miento el sábado.

- Brian: Yo mentiré mañana.

- Alex: Yo miento el domingo.

¿Qué día de la semana tuvo lugar esta conversación?

2. Asignar a cada una de las letras a, b, c, d, e uno de los números 71, 76, 80, 82, 91, sin repeticiones, de manera que a + b sea múltiplo de 2, a + b + c sea múltiplo de 3, a + b + c + d sea múltiplo de 4 y a + b + c + d + e sea múltiplo de 5.

a	b	c	d	e
↓	↓	↓	↓	↓

3. Sea ABCD un cuadrilátero tal que  $AB = AD$ ,  $\hat{A}BD = 65^\circ$ ,  $\hat{D}BC = 35^\circ$  y la diagonal BD es bisectriz del ángulo  $\hat{A}DC$ . Calcular las medidas los ángulos del cuadrilátero ABCD.

### Segundo Nivel

1. Una persona que nació entre los años 1700 y 1799 cumplió n años en el año  $n^3$ . ¿Cuántos años cumplió en el año 1789?

2. Sea  $N = x40y15$  un número entero de seis dígitos (x, y son dígitos,  $x \neq 0$ ). Hallar todos los x, y de modo que N sea múltiplo de 33 pero no sea múltiplo de 99.

3. Sea el triángulo ABC con  $\hat{A} = 108^\circ$ . La bisectriz de  $\hat{C}$  corta al lado AB en P. La recta perpendicular al segmento CP trazada por C corta a la recta AB en el punto Q de modo que  $CP = CQ$ . Calcular la medida de los ángulos  $\hat{B}$  y  $\hat{C}$ .

### Tercer Nivel

1. Ordenar los 20 números enteros del 1 al 20 en una fila para que las 19 sumas de dos números consecutivos en la fila sean números primos.

2. Un tablero cuadrado de 2015 por 2015 está dividido en casillas de  $1 \times 1$ . Se numeran las filas, de arriba hacia abajo, de 1 a 2015 y se numeran las columnas, de izquierda a derecha, de 1 a 2015. A continuación se colorean de negro todas las filas y todas las columnas con número par. Calcular la cantidad de casillas negras que tendrá el tablero.

3. Sea ABC un triángulo rectángulo, con  $\hat{A} = 90^\circ$ . Sean D el lado AC y E en el lado BC de modo que  $\hat{B}DE = 90^\circ$ ,  $AD = 5$  y  $BD = DE = 10$ . Calcular la medida de los ángulos  $\hat{B}$  y  $\hat{C}$ .