PRIMER NIVEL CERTAMEN INTERCOLEGIAL

XXXVIII OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

1. En una reunión hay 47 personas, m mujeres y n varones. A cada mujer se le pregunta a cuantos de los varones presentes conoce. La primera mujer conoce a 16 de los varones que están en la reunión, la siguiente conoce a 17, la siguiente a 18, y así siguiendo hasta la última mujer, que conoce a los n varones. Determinar la cantidad de varones en la reunión.

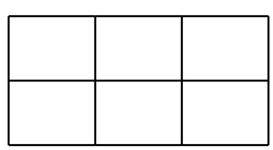
2. Ana, Bibi y Ceci encontraron un libro con 102 problemas de geometría. Entre las tres resolvieron todos los problemas y ningún problema fue resuelto por más de una de ellas. La cantidad que resolvió Ana es igual a 2/5 de los que resolvió Bibi y la cantidad de problemas resueltos por Ceci es igual a 3/4 de los que resolvió Ana. ¿Cuántos problemas resolvió la que logró la mayor cantidad de soluciones?

3. En el cuadrado ABCD sea P un punto en su interior tal que BP=AB y $P\hat{A}D=27°$. Sea O el punto de intersección de la diagonal AC con BP. Calcular la medida del ángulo $B\hat{O}C$.

4. En un tablero de 7x7 está pintada de rojo la casilla central. Se consideran todos los cuadrados de 1x1, 2x2, 3x3, 4x4, 5x5, 6x6 y 7x7 formados por las casillas del tablero. Determinar cuántos de estos cuadrados contienen a la casilla roja.

5. Juan debe dibujar todos los triángulos isósceles con todos sus lados de longitud entera y un lado de longitud 221 que sea el más largo de los tres. Además la longitud de los lados iguales debe ser múltiplo de 3. ¿Cuántos triángulos debe dibujar Juan?

6. Agustín tiene un lápiz mecánico para dibujar. El lápiz puede moverse en cualquier dirección del papel que se le indique, según la figura que se quiera realizar, pero sin despegarse del papel. Además, tiene dos posiciones: “pinta” y “no pinta”. Cuando el lápiz se mueve a lo largo del papel en la posición “pinta” el recorrido del lápiz se dibuja en el papel, pero si está en posición “no pinta” no dibuja nada. Agustín dibujó un rectángulo de 6×12 dividido en 6 rectángulos de 3×4, como el de la figura. Dar la menor longitud total posible del camino realizado por el lápiz, usando ambas posiciones.



SEGUNDO NIVEL CERTAMEN INTERCOLEGIAL

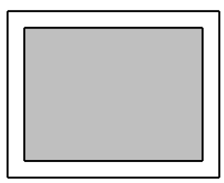
XXXVIII OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

1. El promedio de 16 números es igual a 168. Se modifican los números de la siguiente manera: a cada uno de los primeros 8 números se les resta 3 y a cada uno de los últimos 8 números se les suma 10. Determinar el valor del promedio de los 16 números obtenidos.

2. María escribe una lista de números usando la siguiente regla: si los dos últimos números ya escritos son a y b, entonces el siguiente número es $a\cdot b-1$, es decir, a por b menos 1. Los dos primeros números fueron 1 y 2. Determinar qué número ocupa el lugar 2021 en su lista.

3. Sea T un triángulo, isósceles y rectángulo, de catetos iguales a 1. Sobre cada uno de los lados del triángulo se dibujó un cuadrado. Los lados de los cuadrados que son respectivamente paralelos a los lados del triángulo T se prolongan para formar un nuevo triángulo que contiene a T y a los tres cuadrados. Determinar la medida de un cateto de este triángulo.

4. Un portarretrato rectangular con el lado más largo igual a 5/4 del lado más corto tiene una foto como se muestra en la figura. La distancia entre los bordes de la foto y los del portarretrato es la misma en los cuatro lados. Los lados de la foto miden 32 cm y 24 cm. Calcular el área del rectángulo del portarretratos.



5. Mili tiene 7 tarjetas con un número en cada una, como en la figura:

1 1 1 3 3 5 7

Ella quiere formar con 5 de estas tarjetas un número de 5 dígitos. ¿De cuántas maneras lo puede hacer?

6. En el cuadrado ABCD de lado 36 sea M el punto medio del lado CD. Sea P el punto interior del cuadrado que está a igual distancia de A, de B y de M. Calcular el área del triángulo APB.

TERCER NIVEL CERTAMEN INTERCOLEGIAL

XXXVIII OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

1. En un tablero de 2021x2021 con 2021^2 casillas de 1x1 se pintan de rojo todas las casillas de las dos diagonales. Luego se pintan de azul todas las casillas que comparten por lo menos un lado con alguna de las casillas pintadas de rojo. Determinar cuántas casillas se pintaron en total.

2. Sea $N=36^x-5^y$, con x e y enteros positivos. Entre todos los valores positivos de N, determinar el menor posible.

3. En el triángulo ABC rectángulo en A, la perpendicular a BC, trazada desde A, corta a BC en D de modo que BD=3 y CD=12. Calcular el área del triángulo ABC.

4. Se tiene una progresión aritmética de términos enteros positivos y diferencia $d\neq 1$. Si $a_0=5^2$ y existen índices j y k tales que $a_j=14^2$ y $a_k=33^2$, hallar *d*.
Nota. Una progresión aritmética de diferencia d es una sucesión que satisface $a_{n+1}=a_n+d$.

5. Ana escribió todos los números de dos dígitos desde el 19 hasta el 73 uno a continuación del otro: 1920212223……7273. Luego decidió agregar los siguientes números de dos dígitos (74, 75, etc) hasta que el número obtenido sea múltiplo de 396. Determinar el último número de dos dígitos que debe escribir Ana.

6. Sea ABC un triángulo rectángulo con AB=3, BC=4 y AC=5. Sean D en el lado AC tal que AD=AB y E en el lado BC tal que AE es perpendicular a BD.
Calcular el cociente área(ABE)/ área(AEC).