

CERTAMEN REGIONAL OMA 2018

Primer Nivel

1. Con los 20 números enteros comprendidos entre 1 y 20 inclusive, y sin repeticiones, hay que formar la mayor cantidad posible de fracciones de modo que el resultado de la suma de todas esas fracciones sean un número entero.

ACLARACION: Las fracciones son los números $\frac{a}{b}$ con a y b enteros, y $b \neq 0$. Cada fracción usa exactamente dos números, uno en el numerador y el otro en el denominador.

2. Se escriben en una fila todos los números enteros desde 1 hasta 30000:

1234567891011121314.....299982999930000

Determinar cuántas veces aparece el número 2018 en la sucesión de números escritos, o sea, cuántas veces aparecen el 2, el 0, el 1 y el 8 en forma consecutiva.

3. Sean A y B puntos en una circunferencia de centro O tales que $\hat{AOB} = 90^\circ$. La perpendicular a AO trazada por su punto medio corta al menor arco AB en k, y los segmentos AB y KO se cortan en L. Calcular la medida de los ángulos del triángulo BKL

Segundo Nivel

1. Se tiene un tablero de 2 filas y 99 columnas con dos casillas negras, como en la figura. En las casillas blancas de este tablero están escritos, en la primera fila, todos los números enteros desde 1 hasta 99 en orden creciente de izquierda a derecha, y en la segunda fila, todos los números enteros desde 100 hasta 196, en orden creciente de derecha a izquierda.

1	2	3	4							96	97	98	99
	196	195	194							102	101	100	

Se consideran las 97 parejas de números que están en una misma columna, uno arriba del otro. Determinar todas las parejas en las que el número de la segunda fila es múltiplo del número de la primera fila.

2. Se consideran los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Para cada ordenamiento a,b,c,d,e,f,g,h,i de ellos se forman tres números de tres cifras cada uno y se calcula su suma: $S = abc + def + ghi$. Por ejemplo para el ordenamiento 8, 3, 5, 1, 4, 2, 9, 7, 6 la suma es: $S = 835 + 142 + 976 = 1953$.

Entre todas las sumas S que terminan en 5, determinar el menor valor que puede alcanzar la suma S y hallar la cantidad de ordenamientos para los que ocurre ese valor.

3. Sea ABC un triángulo rectángulo e isósceles con $\hat{C} = 90^\circ$. Consideramos P en la recta BC, con B entre C y P, y Q en la recta AB, con A entre B y Q, tales que $BP = AQ$ Sea R en la recta AC, Con C entre A y R, tal que $\hat{PQR} = 45^\circ$ Determinar la medida del ángulo $\hat{PRQ}$.

Tercer Nivel

1. Se define una sucesión de números de la siguiente manera:

- el primer término es igual a 2,
- si un término es igual a a el siguiente término es igual a $\frac{a-1}{a+1}$.

Calcular el término de la posición 2018.

En otras palabras, si una sucesión está dada por $x_1 = 2$; $x_2 = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$; $x_{n+1} = \frac{x_n-1}{x_n+1}$.

Calcular x_{2018}

2. En una competencia de matemática cada participante debe elegir un conjunto de números primos distintos tales que su promedio sea 27. Ganan aquellos participantes que en su conjunto tienen al primo más grande. Determinar cuál es ese primo. Dar un ejemplo y explicar por qué no puede haber un conjunto de promedio 27 con un primo más grande.

3. Sea ABCD un cuadrado de lado 2. Sea E el punto medio del lado CD y consideramos F en el lado BC tal que $\hat{DAE} = \hat{EAF}$. Calcular la longitud del segmento CF.