

PROBLEMAS ZONAL OMA 2015

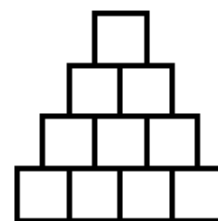
Primer Nivel

1. Escribir un número en cada casilla para que se verifiquen las siguientes condiciones

En cada casilla de la fila inferior, excepto la primera, el número sea el doble que el de la casilla de su izquierda.

En las demás casillas, cada número sea igual a la suma de los dos números de las casillas de la fila inmediata inferior que la tocan.

La suma de los 10 números escritos sea igual a 2070.



2. Un número se dice *interesante* si todo par de dígitos consecutivos es un múltiplo de 19 o es un múltiplo de 21. Por ejemplo, el número 3842 es interesante, porque $38 = 2 \cdot 19$, $84 = 4 \cdot 21$ y $42 = 2 \cdot 21$.

Hallar todos los números interesantes de 10 dígitos.

3. Sea ABCD un rectángulo. Se consideran un punto P del lado AB y un punto Q del lado AD tales que $\hat{BPC} = \hat{CPQ}$ y $\hat{PQC} = \hat{CQD}$. Calcular la medida del ángulo $\hat{PCQ}$.

Segundo Nivel

1. En el tablero cada fila y cada columna tiene asignado un número entero desconocido. El número escrito en cada casilla se obtuvo sumando los valores asignados a su fila y su columna. Por ejemplo, el número 9 es la suma del número de la segunda fila más el número de la tercera columna. Hallar los valores de x e y.

-7	0	-1	-10
x	10	9	0
-6	1	0	-9
0	7	6	y

2. La lista 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, ... está formada por los primeros n múltiplos positivos de 7. Modificamos esta lista multiplicando cada número en una posición impar por -1 (queda -7, 14, -21, 28, -35, 42, -49, ...). La suma de los n números de la nueva lista es igual al - 868. Hallar n y el último número de la lista.

3. Sea ABC un triángulo rectángulo en C, con AC menor que BC, y sea M el punto medio de la hipotenusa AB. La recta perpendicular a CM por C corta a la recta AB en D. La bisectriz del ángulo $\hat{CDA}$ corta al segmento AC en P. Calcular la medida del ángulo $\hat{APD}$.

Tercer Nivel

1. En la progresión aritmética de 51 términos $a_1, a_2, \dots, a_{51}$ la suma de los términos de orden impar, $a_1, a_3, a_5, \dots, a_{49}, a_{51}$ es igual a 1768. Calcular la suma de los 51 términos de la progresión.

2. Hay que escribir en cada casilla del tablero un número positivo (no necesariamente entero) de modo que la multiplicación de los cuatro números en cada fila, en cada columna y en cada diagonal sea siempre el mismo. Hay ocho números que ya están escritos. Completar el tablero.

	32	8	
1	2		2
4			4
16			

3. Un papel con forma de triángulo rectángulo se dobla de manera que el cateto menor se apoye sobre la hipotenusa, como muestra la figura. Si el segmento a mide 9 y el segmento b mide $\frac{24}{5}$, calcular las longitudes de los lados del papel.

