

PROBLEMAS ZONAL OMA 2016

Primer Nivel

1. A y B participaron en una carrera. La cantidad de corredores que llegaron antes que A es igual a la de los que llegaron después que él. La cantidad de corredores que llegaron antes que B es igual al triple de los que llegaron después que él. Además, hubo exactamente 10 participantes que quedaron ubicados entre A y B , sin contar a A y a B . Determinar cuántos corredores corrieron esta carrera.

2. Un libro tiene 976 páginas numeradas desde el 1 hasta el 976. Determinar cuántas veces aparece escrito el dígito 7 en los números de las páginas del libro.

3. Sea $ABCD$ un rectángulo de lados AB , BC , CD y DA . Sea E un punto en el lado CD .

Si área $(ADE) = \frac{1}{5}$ área $(ABCE)$, calcular $\frac{DC}{CE}$

Segundo Nivel

1. En un picnic, cuando $\frac{1}{5}$ se va del picnic, el número de adultos dividido el número de niños es igual a $\frac{2}{3}$. Más tarde, cuando se van 44 niños, el número de adultos dividido el número de niños es igual a $\frac{5}{2}$. ¿Cuánta gente en total, entre adultos y niños, quedó en el picnic?

2. Julián halló los primeros 100 números primos positivos, luego elevó cada uno de ellos a la cuarta potencia y sumó los 100 resultados. Determinar el último dígito (de las unidades) de la suma de Julián.

ACLARACIÓN: El 1 no es primo.

3. Sea ABC un triángulo isósceles con $AB = AC$. Sea D un punto del lado BC tal que $BD = 56$, $DC = 24$ y $AD = 34$. Calcular el área del triángulo ABC .

Tercer Nivel

1. Agustín hizo la lista de todos los números racionales positivos de la forma $\frac{x}{17}$, con x un número natural coprimo con 17, y tales que $\frac{x}{17}$ sea menor que 17. Calcular la suma de todos los números de la lista de Agustín.

ACLARACIÓN: Dos números son coprimos si su máximo común divisor es 1.

2. Nicolás escribió todos los pares de enteros positivos (a, b) , con $a < b$, tales que $a + b = 1000$ y todos los dígitos de a y de b son distintos de 0. Calcular cuántos pares escribió Nicolás.

3. En la figura hay 5 circunferencias de radios iguales. La circunferencia del centro es tangente a cada una de las otras cuatro, y éstas a su vez son tangentes, cada una, a dos lados del cuadrado. Si el lado del cuadrado mide 40, calcular el diámetro de las circunferencias

